

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №112

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

1. Цель работы

Экспериментальная проверка основного закона динамики вращательного движения твердого тела и определение момента инерции маятника Обербека.

2. Теоретическое введение

Основной закон динамики вращательного движения имеет вид

$$\mathbf{M} = J\beta,$$

или, в скалярном виде

$$M = J\beta, \quad (1)$$

где M – суммарный момент сил, действующий на тело (Н·м), β – угловое ускорение тела (рад/с²), момент инерции тела относительно оси вращения (кг·м²).

Моментом силы относительно некоторой точки называется векторное произведение радиуса – вектора \mathbf{r} точки приложения силы на вектор силы \mathbf{F} :

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r}, \mathbf{F}].$$

Направлен вектор \mathbf{M} перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы \mathbf{r} и \mathbf{F} , причем его направление связано с направлениями \mathbf{r} и \mathbf{F} *правилом правого винта*: если смотреть вслед вектору \mathbf{M} , то совершаемый по кратчайшему пути поворот от первого сомножителя \mathbf{r} ко второму сомножителю \mathbf{F} осуществляется по часовой стрелке (на рис.1 \mathbf{M} перпендикулярен плоскости чертежа и направлен за чертеж).

В скалярном виде

$$M = Fr \sin \alpha = F\ell,$$

где ℓ – перпендикуляр, опущенный на линию действия силы, который называется *плечом силы*.

Момент инерции системы из N материальных точек относительно некоторой оси равен сумме произведений масс m_i материальных точек на квадраты их расстояний до этой оси r_i^2

$$J = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2.$$

Момент инерции сплошного тела находят путем интегрирования

$$J = \int_m r^2 dm,$$

где m – масса тела.

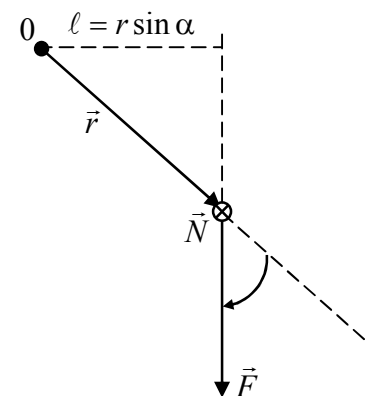


Рис.1

Угловое ускорение характеризует быстроту изменения угловой скорости при вращении тела:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

Если угловая скорость ω со временем увеличивается, то векторы β и ω имеют одинаковое направление; если же ω уменьшается, то направления β и ω противоположны. (Напомним, что направление вектора ω связано с направлением вращения тела правилом правого винта).

3. Экспериментальная установка и вывод рабочей формулы

Для экспериментальной проверки основного закона динамики вращательного движения в данной работе используется маятник Обербека. Он представляет собой крестообразный маховик, на четырех стержнях, которого закреплены передвижные грузы. На одной оси с крестовиной находится шкив, на который наматывается нить с привязанным на конце грузом. Под действием падающего груза нить разматывается и приводит маховик в равноускоренное вращательное движение.

Устройство экспериментальной установки показано на рис.2. На вертикальной стойке установлены три кронштейна. На среднем кронштейне на оси крепится крестовина, представляющая собой четыре стержня 1 (с рисками через 10мм), на которых закреплены передвижные грузы 2. С крестовиной соединен двухступенчатый шкив 3, имеющий пропилы для крепления нити 5. За крестовиной находится электромагнит, который при подаче на него напряжения с помощью фрикциона останавливает вращение крестовины.

На верхнем кронштейне крепится блок 6 для изменения направления движения нити 5, на которой подвешен падающий груз равновесиями 4.

На нижнем кронштейне крепится фотоэлектрический датчик 7, который выдает электрический сигнал на миллисекундомер 8 об окончании счета времени.

По миллиметровой линейке 9 определяется начальное и конечное положение грузов, а, следовательно, и пройденный путь.

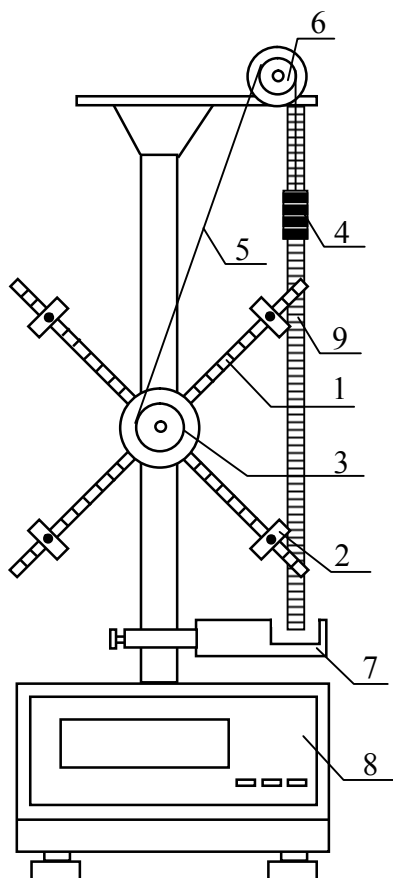


Рис.2

Если передвижные грузы имеют одинаковые массы m_1 и закреплены на одинаковом расстоянии R от оси, то момент инерции маятника относительно оси вращения будет

$$J = J_0 + 4m_1R^2, \quad (2)$$

где J_0 - момент инерции крестовины маятника (без передвижных грузов). В лабораторной установке $J_0 = 0,0057 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Величина натяжения нити F_n при заданной массе падающего груза m может быть найдена из уравнения его движения

$$mg - F_n = ma,$$

откуда

$$F_n = m(g - a),$$

где a - ускорение, с которым движется падающий груз.

Учтя, что плечом силы F_n является радиус шкива r , для момента силы получим выражение

$$M_n = F_n r = m(g - a)r. \quad (3)$$

Используя падающие грузы различной массы, можно изменять величину момента силы в желаемых пределах.

Для того, чтобы проверить закон вращательного движения, необходимо определить угловое ускорение маятника при различных значениях момента сил. Это можно сделать, измерив время t опускания груза на расстояние h из начального положения. В самом деле, так как

$$h = \frac{at^2}{2} \quad \text{и} \quad \beta = \frac{a}{r},$$

то

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (4)$$

$$\beta = \frac{2h}{rt^2}. \quad (5)$$

В реальной системе всегда действуют силы трения. Поэтому в формуле (1) суммарный момент внешних сил M будет равен разности моментов силы натяжения нити M_n и момента сил трения $M_{тр}$. С учетом этого формулу (1) следует записать следующим образом:

$$M_n - M_{тр} = J\beta$$

или

$$M_n = M_{тр} + J\beta. \quad (6)$$

Если зависимость (6) представить графически, откладывая по оси абсцисс M_n , а по оси ординат соответствующие им значения β , то при постоянстве момента сил трения $M_{тр} = const$ мы получим прямую линию, что подтвердит основной закон динамики вращательного движения (1). Наклон этой прямой будет зависеть от величины момента инерции вращающейся системы. Числен-

ное значение момента инерции равно отношению приращения момента силы ΔM_H к соответствующему приращению углового ускорения $\Delta\beta$:

$$J = \frac{\Delta M_H}{\Delta\beta}. \quad (7)$$

Из выражения (6) следует, что при $\beta=0$ имеет место равенство $M_H = M_{тр}$. Поэтому, продолжая на графике прямую линию зависимости β от M_H до пересечения с осью абсцисс, можно найти момент сил трения $M_{тр}$.

Для снижения величины момента сил трения в лабораторной модели маятника Обербека использованы шариковые подшипники, для которых силы трения качения весьма малы и не зависят от скорости качения. Поэтому зависимость углового ускорения от момента силы можно считать линейной.

Если сила трения мала, то момент инерции маятника Обербека можно определить по формуле

$$J = \frac{m(g-a)r^2 t^2}{2h}, \quad (8)$$

получаемой путем совмещения формул (1), (3) и (5).

4. Проведение эксперимента и запись результатов.

1. Нажать кнопку «СЕТЬ» миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотоэлектрического датчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.

2. Закрепить нить 5 (см. рисунок) с грузом 4 (без разновесов) на большом радиусе ($r = 42\text{мм}$) двухступенчатого шкива 6.

3. Установить на платформу груза три разновеса, закрепить на стержнях крестовины четыре передвижных груза (масса каждого $m_1=0,20$ кг) на одинаковом расстоянии R от оси вращения (указанном преподавателем или 150 мм).

4. Нажимая на кнопку «ПУСК» миллисекундометра и вращая крестовину против часовой стрелки, перевести основной груз в верхнее положение.

5. По шкале определить разницу между верхним и нижним положениями основного груза – h .

6. Нажать кнопку «СБРОС».

7. Нажать кнопку «ПУСК» и отпустить ее в момент пересечения падающим грузом оптической оси фотодатчика, т.е. в момент прекращения счета времени. Электромагнитный фрикцион при этом затормозит крестовину.

8. Произвести отсчет времени движения груза t по миллисекундомеру и записать данные опыта в таблицу 1.

9. Повторить измерения по пп. 4–8 пять раз.

10. Провести пять измерений по пп.4–8 по одному разу вначале без разновесов на платформе груза, затем поочередно с одним разновесом, с двумя,

тремя и четырьмя. Полученные данные занести в таблицу 2, указав единицы измерения величин.

Таблица 1

$m =$ $m_1 = 0,20 \text{ кг}$ $r = 0,042 \text{ м}$ $R =$ $h =$	Номер опыта	$t_i,$ (с)	$J_{\text{Э}i}$ (кг·м ²)	Среднее значение $\langle J_{\text{Э}} \rangle$	$\Delta J_{\text{Э}i} = J_{\text{Э}i} - \langle J_{\text{Э}} \rangle$	$(\Delta J_{\text{Э}i})^2$
	i					
	1					
	2					
	3					

Таблица 2

$m_1 = 0,20 \text{ кг}$ $r = 0,042 \text{ м}$ $R =$ $h =$	Номер опыта	$m,$ (кг)	$t_i,$ (с)	$a,$ (м/с ²)	$\beta,$ (рад/с ²)	$M_{\text{н}},$ (Н·м)
	i					
	1					
	2					
	3					

5. Обработка результатов

1. Вычислите экспериментальные значения моментов инерции маятника Обербека по формуле (8) для всех пяти значений времени движения груза t_i .

2. Найдите экспериментальное среднее значение момента инерции маятника $\langle J_{\text{Э}} \rangle$. Определите среднюю квадратичную погрешность:

$$\Delta J = t_N(\alpha) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (J_{\text{Э}i} - \langle J_{\text{Э}} \rangle)^2}{N(N-1)}}.$$

где $t_N(\alpha)$ – коэффициент Стьюдента, J_i – значение момента инерции в i -м опыте, $N=5$ – число опытов. Для контроля, промежуточные результаты расчетов запишите в таблицу 1.

3. Определите по формуле (2) теоретическое значение момента инерции $J_{\text{Т}}$ маятника. Сравните теоретическое значение $J_{\text{Т}}$ с экспериментальным $\langle J_{\text{Э}} \rangle$:

$$\delta J = \frac{J_{\text{Т}} - \langle J_{\text{Э}} \rangle}{J_{\text{Т}}} \cdot 100\%$$

4. Рассчитайте значения a , β , $M_{\text{н}}$ по формулам (3)–(5), результаты запишите в таблицу 2.

5. По данным таблицы 2 постройте график зависимости $\beta(M_H)$. Продолжите линию до пересечения с осью абсцисс. Точка пересечения даст величину момента сил трения $M_{тр}$. Используя график и формулу (7), найдите момент инерции маятника Обербека графоаналитическим способом. Сравните этот результат с теоретическим значением.

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите основной закон динамики вращательного движения и определите входящие в него физические величины.
2. Дайте определение момента силы и момента инерции.
3. Как направлены векторы угловой скорости и углового ускорения тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
4. Как влияет величина момента инерции маятника на наклон графика зависимости $\beta(M_H)$?
5. Как влияет сила трения на характер зависимости $\beta(M_H)$?

Литература

1. Курс физики: Учебник для вузов. Т.1./Под ред. В.Н. Лозовского. – СПб.: Издательство «Лань», 2000.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т.1. М., 1989.
3. Каленков С.Г., Соломахо Г.И. Практикум по физике. Механика: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. шк., 1990.